TITLE:
移動距離を考慮した二者競合的在庫モデル(最適化問題における確率モデルの展開と応用)

AUTHOR(S):
北條, 仁志; 寺岡, 義伸

CITATION:
北條, 仁志 ...[et al]. 移動距離を考慮した二者競合的在庫モデル(最適化問題における確率モデルの展開と応用). 数理解析研究所講究録 2007, 1559: 156-162

ISSUE DATE:
2007-06

URL:
http://hdl.handle.net/2433/81044

RIGHT:

京都大学学術情報リポジトリ
KURENAI 紅
Kyoto University Research Information Repository

数理解析研究所講究録
第 1559 巻 2007 年 156-162

移動距離を考慮した二者競合的在庫モデル

大阪府立大学　北條仁志 (Hitoshi Hohjo)
大阪府立大学　寺岡義伸 (Yoshinobu Teraoka)
Department of Mathematics and Infomation Sciences,
Osaka Prefecture University

1　はじめに

既存研究 [3-6,10] では，連続的時刻および離散的時刻に発生する需要に対して製品を供給する2つの小売業者における競合的在庫問題を扱った．これらのモデルでは，顧客の行動がある分布関数で与えられた問題に対して総費用最小化のもとで小売業者における期首発注量に関する Nash 平衡を探求していた．しかしながら，現実的には，需要量は顧客の意思により確定するものであり，顧客は何らかの基準に基づいて購入先を決定し，行動を起こすはずである．

本稿では，単一製品を販売する2つの小売業者と購買意欲が強い2人の消費者間における行動戦略について解析を行う．顧客は需要を一度に購入することができる小売業者からのみ購入すると仮定する．顧客の意思決定基準ととしてコストを考える．移動および購入できなかった場合のダメージに関するコストも考慮する．小売業者は発注，在庫維持，不足によるペナルティ，販売に伴う利益を最大にするような発注戦略を決定し，消費者は移動，購入に伴う総費用最小化のもとで期首の時点で初めに向かう小売業者および出発時刻の決定を行なう．

2　モデル

同一製品を販売する2つの小売業者 (Retailer 1, Retailer 2) における1期間競合的在庫問題を扱う．2人の顧客 (Customer 1 と Customer 2) がいて，Customer i $(i=1,2)$ はこの製品を b_i 単位ずつまとめて購入しようとしている．一般性を失うことなく，$0<b_1\leq b_2$ を仮定する．需要量は事前調査により小売業者に知られている．顧客は他の顧客の購入量を知らない．小売業者と顧客間にはそれぞれ空間的（あるいは時間的）距離があり，顧客が小売業者のもとへ買いに行く．Customer i の位置から Retailer j までの移動時間を λ_{ij} $(i=1,2;j=1,2)$，小売業間の移動時間を λ とする．顧客は期首の時点で初めに向かう小売業者の決定と出発時刻の決定を行なう．店の開店時間は両小売業者に共通な $[0,T]$ とし，s_i $(i=1,2)$ を Customer i の出発時刻とする．顧客は非常に強い購買意欲を持っており，初めに訪れた小売業者での購入を試みる．もし購入することができなければ，もう一方の小売業者に移動し，購入を試みる．これを可能にするために，$0\leq s_i\leq T-\lambda-\max\{\lambda_{i1},\lambda_{i2}\}$ を仮定する．2つの小売業者を訪れても購入することができなければ，その時点で購入をあきらめる．P_i を顧客 i が選択する小売業者の番号とする．すなわち，$P_i\in\{1,2\}$ である．

両小売業者の在庫水準は0から出発する．期間中の需要に対応するために，Retailer j $(j=1,2)$ は期首に製品を発注し，在庫水準が z_j になるように補充する．期間中の各小売業者の発注は期首のみであり，発注した製品は瞬時に到着し，販売可能となる．小売業者は販売を目的としているので，$0<z_j<b_1$ の範囲で製品を発注するとどちらの顧客の需要も満たすことができないため，すべての j に対して $z_j\geq b_1$ について考えれば十分である．

本モデルでは，小売業者において以下のような費用を扱う：Retailer j $(j=1,2)$ は発注時に単位製品あたり c_j の費用がかかり，単位製品あたり r_j で販売する．計画期間中に製品を保管しているときには，単位時間単位製品あたりの在庫保管費用として h_j が課せられる．品切れに対しては，単位時間単位製品あたりの品切れ損失費用として p_j が課せられる．小売業者の目的は，発注，在庫維持，不足によるペナ

ルティ，販売を考慮に入れた利益を最大にするような発注戦略を求めることである．

一方，消費者の Customer i ($i = 1,2$) は以下のような費用を伴う：顧客は移動に関して費用を伴い，顧客の移動時において負われる単位時間当たりの移動費用を d_i とする．もし顧客が２つの小売業者を訪れても購入できなかった場合には，購入できないことによるダメージとしてコスト D_i を負う．そこで，$D_i >> r_j b_i$ とする．消費者の目的は，移動，購入およびダメージを考慮した総費用を最小にするような出発時刻および出発先を決定することである．

3　費用関数

このモデルでは，小売業者の発注量は需要のあり方から $(z_1, z_2) \in [b_1, +\infty) \times [b_1, +\infty)$ に限定されており，顧客が選択する小売業者数は２である．顧客が初めに向かう小売業者の番号と小売業者の発注量の関係より，18 とおりの状況について考える．Retailer j ($j = 1,2$) の発注量 z_j と Customer i ($i = 1,2$) が初めに訪れる小売業者の番号 P_i に対してそれらの各状況における小売業者の利益および顧客の費用関数を以下に与える．そこで，C_r^j ($j = 1,2$) を Retailer j の利益，C_c^i ($i = 1,2$) を Customer i の総費用とする．

(I) ２人の顧客が共に Retailer 1 へ向かって出発する場合，すなわち $(P_1, P_2) = (1,1)$ の場合について考える．

(I-1) $z_1 \geq b_1 + b_2$，$z_2 \geq b_1$

Retailer 1 側に販売するには十分な量の製品があり，両顧客の需要を満たす．Retailer 2 は十分な量の製品を準備していたが，需要がまったくない状況を表す．

$$
\begin{aligned}
C_r^1 &= r_1(b_1 + b_2) - c_1 z_1 - h_1 \left[z_1 - \sum_{i=1}^{2} \frac{T - s_i - \lambda_{i1}}{T} b_i \right] && (1)\\
C_r^2 &= -(c_2 + h_2) z_2 && (2)\\
C_c^1 &= 2 d_1 \lambda_{11} + r_1 b_1 && (3)\\
C_c^2 &= 2 d_2 \lambda_{21} + r_1 b_2 && (4)
\end{aligned}
$$

(I-2) $b_2 \leq z_1 < b_1 + b_2$，$z_2 \geq b_2$

Retailer 1 は十分な量を準備しておらず，早く到着した顧客のみ需要を満たすことができる．Retailer 1 の手持ち在庫量は２番目に到着した顧客の需要により変化しないが，ペナルティとしては計上される．Retailer 1 で需要を満たされなかった顧客は，Retailer 2 側へ再配分され，Retailer 2 により需要を満たされる．ゆえに，小売業者はそれぞれ１人の顧客に対して販売することになる．

$$
C_r^1 = \begin{cases} r_1 b_1 - c_1 z_1 - h_1 \left[z_1 - \frac{T - s_1 - \lambda_{11}}{T} b_1 \right] - p_1 \frac{T - s_2 - \lambda_{21}}{T} b_2, & s_1 + \lambda_{11} < s_2 + \lambda_{21} \\ r_1 b_2 - c_1 z_1 - h_1 \left[z_1 - \frac{T - s_2 - \lambda_{21}}{T} b_2 \right] - p_1 \frac{T - s_1 - \lambda_{11}}{T} b_1, & s_1 + \lambda_{11} > s_2 + \lambda_{21} \end{cases} \quad (5)
$$

$$
C_r^2 = \begin{cases} r_2 b_2 - c_2 z_2 - h_2 \left[z_2 - \frac{T - s_2 - \lambda_{21} - \lambda}{T} b_2 \right], & s_1 + \lambda_{11} < s_2 + \lambda_{21} \\ r_2 b_1 - c_2 z_2 - h_2 \left[z_2 - \frac{T - s_1 - \lambda_{11} - \lambda}{T} b_1 \right], & s_1 + \lambda_{11} > s_2 + \lambda_{21} \end{cases} \quad (6)
$$

$$
C_c^1 = \begin{cases} 2 d_1 \lambda_{11} + r_1 b_1, & s_1 + \lambda_{11} < s_2 + \lambda_{21} \\ d_1(\lambda_{11} + \lambda_{12} + \lambda) + r_2 b_1, & s_1 + \lambda_{11} > s_2 + \lambda_{21} \end{cases} \quad (7)
$$

$$
C_c^2 = \begin{cases} d_2(\lambda_{21} + \lambda_{22} + \lambda) + r_2 b_2, & s_1 + \lambda_{11} < s_2 + \lambda_{21} \\ 2 d_2 \lambda_{21} + r_1 b_2, & s_1 + \lambda_{11} > s_2 + \lambda_{21} \end{cases} \quad (8)
$$

(I-3) $b_2 \leq z_1 < b_1 + b_2$，$b_1 \leq z_2 < b_2$

Retailer 1 の在庫状況については (I-2) の場合と同じである．Customer 2 が Retailer 1 へ２番目に訪れた場合には，Retailer 2 へ再配分されるが，Retailer 2 の発注量が Customer 2 の需要量より少ないため，

満たすことができない．Customer 1 が Retailer 1 へ２番目に訪れた場合には，Retailer 2 により需要を満たされる．

$$C_r^2 = \begin{cases} -c_2z_2 - h_2z_2 - p_2\frac{T-s_2-\lambda_{21}-\lambda}{T}b_2, & s_1+\lambda_{11} < s_2+\lambda_{21} \\ r_2b_1 - c_2z_2 - h_2\left[z_2 - \frac{T-s_1-\lambda_{11}-\lambda}{T}b_1\right], & s_1+\lambda_{11} > s_2+\lambda_{21} \end{cases} \quad (9)$$

$$C_c^2 = \begin{cases} d_2(\lambda_{21}+\lambda_{22}+\lambda)+D_2, & s_1+\lambda_{11} < s_2+\lambda_{21} \\ 2d_2\lambda_{21}+r_1b_2, & s_1+\lambda_{11} > s_2+\lambda_{21} \end{cases} \quad (10)$$

C_r^1, C_c^1 は (5),(7) 式で与えられる．

(I-4) $b_1 \leq z_1 < b_2$, $z_2 \geq b_2$

Retailer 1 の発注量は十分でなく，Customer 1 の需要のみ満たすことができる．到着時間にかかわらず，Customer 2 は Retailer 2 へ再配分され，Retailer 2 によって需要を満たされる．

$$C_r^1 = r_1b_1 - c_1z_1 - h_1\left[z_1 - \frac{T-s_1-\lambda_{11}}{T}b_1\right] - p_1\frac{T-s_2-\lambda_{21}}{T}b_2 \quad (11)$$

$$C_r^2 = r_2b_2 - c_2z_2 - h_2\left[z_2 - \frac{T-s_2-\lambda_{21}-\lambda}{T}b_2\right] \quad (12)$$

$$C_c^2 = d_2(\lambda_{21}+\lambda_{22}+\lambda)+r_2b_2 \quad (13)$$

C_c^1 は (3) 式で与えられる．

(I-5) $b_1 \leq z_1 < b_2$, $b_1 \leq z_2 < b_2$

Retailer 1 の発注量は十分でなく，Customer 1 の需要のみ満たすことができる．到着時間にかかわらず，Customer 2 は Retailer 2 へ再配分されるが，Retailer 2 の発注量が十分でないために需要を満たされることはない．Customer 2 は需要を満たすことができないので，ダメージを受ける．

$$C_r^2 = -(c_2+h_2)z_2 - p_2\frac{T-s_2-\lambda_{21}-\lambda}{T}b_2 \quad (14)$$

$$C_c^2 = d_2(\lambda_{21}+\lambda_{22}+\lambda)+D_2 \quad (15)$$

C_r^1, C_c^1 はそれぞれ (11),(3) 式で与えられる．

(II) Customer 1 は Retailer 1 へ向かって出発し，Customer 2 は Retailer 2 へ向かって出発する場合，すなわち $(P_1, P_2) = (1, 2)$ の場合について考える．

(II-1) $z_1 \geq b_1$, $z_2 \geq b_2$

各小売業者はそれぞれ訪れた顧客の需要を満たすことができ，再配分がない状況である．

$$C_r^1 = r_1b_1 - c_1z_1 - h_1\left[z_1 - \frac{T-s_1-\lambda_{11}}{T}b_1\right] \quad (16)$$

$$C_r^2 = r_2b_2 - c_2z_2 - h_2\left[z_2 - \frac{T-s_2-\lambda_{22}}{T}b_2\right] \quad (17)$$

$$C_c^2 = 2d_2\lambda_{22}+r_2b_2 \quad (18)$$

C_c^1 は (3) 式で与えられる．

(II-2) $z_1 \geq b_1+b_2$, $b_1 \leq z_2 < b_2$

Retailer 2 は Customer 2 への供給が十分でなく，Customer 2 は Retailer 1 へ再配分される．Retailer 1 は十分な量を発注しているため，２人の顧客の需要をすべて満たすことができる．一方，Retailer 2 は

1つとして需要を満たすことができない．

$$
\begin{aligned}
C_r^1 &= r_1(b_1+b_2) - c_1 z_1 - h_1\left[z_1 - \frac{T-s_1-\lambda_{11}}{T}b_1 - \frac{T-s_2-\lambda_{22}-\lambda}{T}b_2\right] && (19)\\
C_r^2 &= -(c_2+h_2)z_2 - p_2\frac{T-s_2-\lambda_{22}}{T}b_2 && (20)\\
C_c^2 &= d_2(\lambda_{21}+\lambda_{22}+\lambda) + r_1 b_2 && (21)
\end{aligned}
$$

C_c^1 は (3) 式で与えられる．

(II-3) $b_2 \le z_1 < b_1+b_2,\ b_1 \le z_2 < b_2$

Retailer 2 の供給量が十分でないため，Customer 2 は需要を満たされない．しかしながら，Customer 1 より早く Retailer 1 へ到着したのであれば，Retailer 1 によって需要を満たされることがある．Customer 1 は Retailer 1 で需要を満たすことができなくても，Retailer 2 によって需要を満たされる．

$$
\begin{aligned}
C_r^1 &= \begin{cases} r_1b_1 - c_1z_1 - h_1\left[z_1 - \frac{T-s_1-\lambda_{11}}{T}b_1\right] - p_1\frac{T-s_2-\lambda_{22}-\lambda}{T}b_2, & s_1+\lambda_{11} < s_2+\lambda_{22}+\lambda \\ r_1b_2 - c_1z_1 - h_1\left[z_1 - \frac{T-s_2-\lambda_{22}-\lambda}{T}b_2\right] - p_1\frac{T-s_1-\lambda_{11}}{T}b_1, & s_1+\lambda_{11} > s_2+\lambda_{22}+\lambda \end{cases} && (22)\\
C_r^2 &= \begin{cases} -(c_2+h_2)z_2 - p_2\frac{T-s_2-\lambda_{22}}{T}b_2, & s_1+\lambda_{11} < s_2+\lambda_{22}+\lambda \\ r_2b_1 - c_2z_2 - h_2\left[z_2 - \frac{T-s_1-\lambda_{11}-\lambda}{T}b_1\right] - p_2\frac{T-s_2-\lambda_{22}}{T}b_2, & s_1+\lambda_{11} > s_2+\lambda_{22}+\lambda \end{cases} && (23)\\
C_c^1 &= \begin{cases} 2d_1\lambda_{11} + r_1b_1, & s_1+\lambda_{11} < s_2+\lambda_{22}+\lambda \\ d_1(\lambda_{11}+\lambda_{12}+\lambda) + r_2b_1, & s_1+\lambda_{11} > s_2+\lambda_{22}+\lambda \end{cases} && (24)\\
C_c^2 &= \begin{cases} d_2(\lambda_{21}+\lambda_{22}+\lambda) + D_2, & s_1+\lambda_{11} < s_2+\lambda_{22}+\lambda \\ d_2(\lambda_{21}+\lambda_{22}+\lambda) + r_1b_2, & s_1+\lambda_{11} > s_2+\lambda_{22}+\lambda \end{cases} && (25)
\end{aligned}
$$

(II-4) $b_1 \le z_1 < b_2,\ b_1 \le z_2 < b_2$

両小売業者とも供給量が十分でないため，Customer 2 は需要を満たされない．Customer 1 は出発時刻に関係なく Retailer 1 によって満たされる．

$$
C_r^1 = r_1b_1 - c_1z_1 - h_1\left[z_1 - \frac{T-s_1-\lambda_{11}}{T}b_1\right] - p_1\frac{T-s_2-\lambda_{22}-\lambda}{T}b_2 \qquad (26)
$$

C_r^2, C_c^1, C_c^2 はそれぞれ (20),(3),(15) 式で与えられる．

$(P_1,P_2)=(2,1),(2,2)$ については，それぞれ $(P_1,P_2)=(1,2),(1,1)$ の場合における小売業者の役割を交代したものであり，上述の値より簡単に求めることができる．

4 解析

前節では，すべての場合における小売業者の利益および顧客の費用関数を求めた．Retailer j $(j=1,2)$ の利益関数 C_r^j は発注量 z_j に関して単調減少であるので，各範囲 $z_j \ge b_1+b_2, b_2 \le z_j < b_1+b_2, b_1 \le z_j < b_2$ における最適発注量はそれぞれ b_1+b_2, b_2, b_1 であることがわかる．

次に，顧客の行動戦略について決定する．顧客の目的は，移動，購入およびダメージを考慮した総費用を最小にするような出発時刻および出発先を決定することである．先に各状況における最適な出発時刻を決定し，後で出発先を決定するという 2 段階決定を行う．

(I-1),(I-4),(I-5),(II-1),(II-2),(II-4) の場合には，Customer 1 の費用関数 C_c^1 は一定であるので，最適出発時刻 s_1^* は区間 $[0, T-\lambda-\max\{\lambda_{11},\lambda_{12}\}]$ の任意の時刻で決定できる．他の顧客の存在性と購買意欲の強さにより，通常はより早い時刻に購買行動を起こすべきである．よって，これらの場合における最適出発時刻は $s_1^*=0$ である．(もし，購買意欲に乏しいのであれば，$s_1^*=T-\lambda-\max\{\lambda_{11},\lambda_{12}\}$ でもよいであろう.) 同様に，Customer 2 の費用関数 C_c^2 も一定であるので，最適出発時刻は $s_2^*=0$ と決定される．

次に，(I-2) の場合について考える．固定された s_2 に対して Customer 1 は費用関数 C_c^1 の２つの値を比較し，$2d_1\lambda_{11}+r_1b_1 < d_1(\lambda_{11}+\lambda_{12}+\lambda)+r_2b_1$ のとき，すなわち $r_1-r_2 < \frac{d_1}{b_1}(\lambda_{12}+\lambda-\lambda_{11})$ ならば，$s_1^* \le s_2+\lambda_{21}-\lambda_{11}$ を満たすように s_1^* を選ぶであろう．顧客はお互い独立して出発時間を決定するので，$s_1^*=0$ とすることができる．逆に，$r_1-r_2 > \frac{d_1}{b_1}(\lambda_{12}+\lambda-\lambda_{11})$ ならば，$s_1^*=T-\lambda-\max\{\lambda_{11},\lambda_{12}\}$ を選ぶであろう．同様に，Customer 2 は費用関数 C_c^2 を比較することにより，$r_1-r_2 < \frac{d_2}{b_2}(\lambda_{22}+\lambda-\lambda_{21})$ であれば，$s_2^*=0$ を選び，そうでなければ $s_2^*=T-\lambda-\max\{\lambda_{21},\lambda_{22}\}$ を選ぶであろう．(I-3),(II-3) の場合にも同様に，費用に関する各条件に対して最適出発時刻 s_i^* は 0 あるいは $T-\lambda-\max\{\lambda_{i1},\lambda_{i2}\}$ のどちらかが選ばれる．以上により，各状況における最適出発時刻が求められた．

これらのより得られた z_j^* と s_i^* を用いると，各戦略に対する費用が定められ，ゲーム理論における平衡解析により我々の期待する結果が得られる．

5 数値例

パラメータの値を $c_1=c_2=1.0, r_1=r_2=3.0, h_1=0.05, h_2=0.03, p_1=0.5, p_2=0.8, d_1=0.01, d_2=0.02, D_1=D_2=100, b_1=10, b_2=20, T=10, \lambda=1, \lambda_{11}=1, \lambda_{12}=3$, and $\lambda_{21}=\lambda_{22}=2$ とする．そのとき，小売業者の利益と顧客の費用を表 1 に与える．各セルにおける４つの値は上から順に $C_r^1, C_r^2, C_c^1, C_c^2$ を表す．

このデータ結果より $z_1^*=z_2^*=30(=b_1+b_2)$ および $P_1^*=1$ を得る．しかしながら，固定された z_1, z_2, P_1 に対して P_2 の最適解を得ることはできない．ゆえに，平衡点は $(z_1, z_2, P_1, P_2)=(30, 30, 1, 1 \text{ or } 2)$ である．

6 最後に

本稿では，単一製品を販売する２つの小売業者と購買意欲が強い２人の消費者間における行動戦略について解析方法を示した．顧客は需要を一度に購入することができる小売業者からのみ購入すると仮定したため，小売業者の戦略を３つに制限することができた．顧客が需要の一部だけでも満たされることを望むのであれば，小売業者の戦略は複雑な結果を得るであろう．また，消費者数や小売業者数の一般化はいうまでもなく，消費者の行動に関する基準についても興味がある．これらの問題については今後の研究課題とする．

本研究は，平成１８年度文部科学省科学研究費補助金若手研究（B）（課題番号 18710135）の援助によるものであることを付記する．

参考文献

[1] J. Bryant, Competitive equilibrium with price setting firms and stochastic demand, *International Economic Review*, **21**, 619–626, (1980).

[2] D.P. Heyman and M.J. Sobel, *Stochastic Models, Handbooks in Operations Research and Management Science* **2**, Elsevier Science Publishers, North-Holland, (1990).

[3] H. Hohjo, A competitive inventory model with the customer's general choice probability, *Computers & Mathematics with Applications*, **41** (3-4), 523–530, (2001).

[4] H. Hohjo and Y. Teraoka, On a competitive inventory model with a customer's choice probability, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **43** (3), 355–364, (2000).

表 1: 利益と費用

		(P_1, P_2)			
		(1,1)	(1,2)	(2,1)	(2,2)
(z_1, z_2)	(b_1+b_2, b_1+b_2)	59.75	19.95	39.8	-10.5
		-10.3	39.88	19.91	79.79
		30.02	30.02	30.06	30.06
		60.08	60.08	60.08	60.08
	(b_1+b_2, b_2)	59.75	19.95	39.8	9.0
		-10.3	39.88	19.91	34.28
		30.02	30.02	30.06	30.05
		60.08	60.08	60.08	60.08
	(b_1+b_2, b_1)	59.75	59.65	39.8	39.7
		-10.3	-23.1	19.91	7.11
		30.02	30.02	30.06	30.06
		60.08	60.1	60.08	60.1
	(b_2, b_1+b_2)	1.45	19.95	39.8	-10.5
		39.82	39.88	19.91	79.79
		30.02	30.02	30.06	30.06
		60.1	60.08	60.08	60.08
	(b_2, b_2)	1.45	19.95	39.8	9.0
		39.82	39.88	19.91	34.28
		30.02	30.02	30.06	30.05
		60.1	60.08	60.08	60.08
	(b_2, b_1)	1.45	2.45	39.8	39.7
		-21.5	-23.1	19.91	7.11
		30.02	30.02	30.06	30.06
		100.1	100.1	60.08	60.1
	(b_1, b_1+b_2)	11.95	19.95	-18.5	-10.5
		39.82	39.88	59.73	79.79
		30.02	30.02	30.06	30.06
		60.1	60.08	60.1	60.08
	(b_1, b_2)	11.95	19.95	11.5	19.5
		39.82	39.88	39.02	34.28
		30.02	30.02	30.05	30.05
		60.1	60.08	60.1	60.08
	(b_1, b_1)	11.95	12.95	-18.5	-17.5
		-21.5	-23.1	8.71	7.11
		30.02	30.02	30.06	30.06
		100.1	100.1	100.1	100.1

[5] H. Hohjo and Y. Teraoka, A duopolistic inventory problem including the possibility that the customers give up purchasing the merchandise, *Scientiae Mathematicae Japonicae*, **55** (2), 361–367, (2002).

[6] H. Hohjo and Y. Teraoka, A competitive inventory model with reallocation on a plane Market, *Mathematical and Computer Modelling*, **38** (11-13), 1191–1201, (2003).

[7] M.Kodama, *The Basis of Production and Inventory Control Systems* (in Japanese), Kyushu University Press, Japan, (1996).

[8] S.A. Lippman and K.F. McCardle, The competitive newsboy, *Operations Research*, **45** (1), 54–65, (1997).

[9] M. Parlar, Game theoretic analysis of the substitutable product inventory problem with random demands, *Naval Research Logistics*, **35**, 397–409, (1988).

[10] 北條仁志, 寺岡義伸, 離散型需要をもつ競合的在庫モデルについて, 京都大学数理解析研究所講究録 1477, 112–117, (2006).

[11] 北條仁志, 寺岡義伸, 三企業間の競合的在庫問題に関する一考察, 京都大学数理解析研究所講究録 1457, 179–186, (2005).